						←個人識別番号6桁．1文字目と2文字目は違う数字

全部で1ページ．ノート，プリント，スマートフォン等の持ち込み不可．写真付学生証を提示すること．不正行為で今学期の全試験が無効．

信号処理　2018年度 期末試験 (担当：高橋弘太)	学年	学籍番号（7桁）								氏名

問題 1　サンプリング定理（配点：9）

サンプリング定理を書け．次に，サンプリング定理の適用例として，10 kHz 帯域制限信号のサンプリングに対してどのような指針が得られるかを述べよ．

サンプリング定理とは，帯域幅 B [Hz] の帯域制限信号 $x(t)$ が，サンプリング周波数 $F_s = 2B$ のサンプリングで得られた値から完全に決定されることを示した定理．例えば，10 kHz 帯域制限信号を対象としてサンプリングするのであれば，サンプリング周波数 F_s として，$F_s \geq 20$ kHz とすべきであるという指針が得られる．(両方答えられて9点．片方だと5点．単に $F_s = 2B$ とだけ書いた答案は，F_s や B が何を意味するか不明なので0点)

問題 2　時間領域と周波数領域（配点：9）

時間領域での畳込み演算は，周波数領域では乗算になる．畳込み演算が乗算になると，どのようなメリットがあるのかを，解析と処理の2点から述べよ．

「解析」の観点で言えば，畳み込みは周波数領域では，$H(\omega)$ の乗算になるので，見通しが良くなる．具体的には，振幅の変化が $|H(\omega)|$ であらわされ，位相の変化が $\angle H(\omega)$ であらわされるので，線形シフト不変システムが信号に与える変化を振幅と位相の変化として分解して考えることが可能になる.「処理」の観点で言えば，計算量の多い畳み込み演算が，計算量の少ない乗算に置き換えられるので，FFT の演算時間を考慮しても，全体の演算量が少なくなる場合があり，このようなときは計算負荷の点でメリットがある．

問題 3　窓関数（配点：9）

信号処理技術における窓関数とは何かを説明せよ．次に，窓関数の効能を FIR フィルタの設計を例にとって説明せよ．

時間制限信号を用いる必要がある場合，本来は無限の長さを持つデータを必要な長さに切り詰めてしまうと．その長さの部分だけが1でその外側で0である関数を乗算することになる．これを周波数領域で見れば，sinc 型の関数との畳み込みとなり，目的とする信号処理が行えない．特に sinc 関数は裾野が広く，また凹凸が大きいので，畳み込まれてしまう関数としては害が大きい．そこで，周波数領域で sinc 関数よりは良好な形になるような時間制限信号として定義されたのが窓関数である．FIR フィルタの設計においては，本来，無限の長さを持つインパルス応答を必要な長さに切り詰めてしまうと狙った特性から大きく外れてしまう．ここで窓関数を使えば，インパルス応答を切り詰めたことによる弊害を軽減できる．

問題 4　不規則信号論（配点：9）

白色雑音とは何かを説明せよ．次に，白色雑音がどのような場面で役に立つかを例をひとつあげて説明せよ．

パワースペクトル密度が周波数によらず一定値をとる不規則信号を，白色雑音と言う．全ての周波数成分を含んでいるため，線形シフト不変システムに $\Phi_{xx}(\omega)$ のパワースペクトル密度を持つ信号を入力し，出力のパワースペクトル密度 $\Phi_{yy}(\omega)$ から $\Phi_{yy}(\omega) = |H(\omega)|^2\, \Phi_{xx}(\omega)$ により線形シフト不変システムの振幅特性 $|H(\omega)|$ を推定する際，$\Phi_{xx}(\omega)$ が0にならないため0による除算が発生しないだけでなく，除算自体が必要無いことや，極端にエネルギーの少ない周波数が存在しないことから．どの周波数 ω に対しても精度良く $|H(\omega)|$ を推定できるという点で有利である．

問題 5　フーリエ変換（配点：19）

$$x(t) = \begin{cases} 1 & (0 < t < 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

をフーリエ変換した結果を $X(\omega)$ とする．$X(\omega)$ をできるだけ簡単な形で書き表し，$|X(\omega)|$ をグラフで図示せよ．

レポート1で出題した問題です．レポート1の模範解答をご覧下さい．

問題 6　z 変換（配点：18）

(1) $x_n = \begin{cases} 32 & (n = 8) \\ 0 & (n \neq 8) \end{cases}$ を z 変換せよ．収束領域も書け．

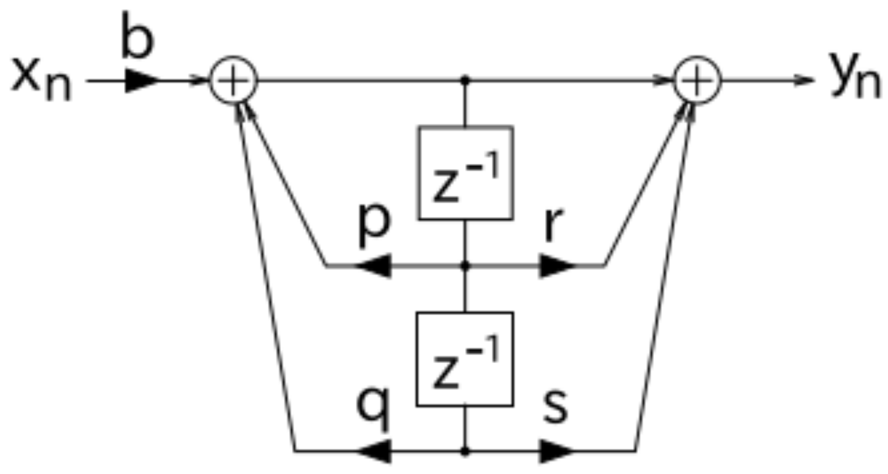
$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n z^{-n} = 32\, z^{-8} \qquad \text{収束領域：}\ 0 < |z|$$

(2) $x_n = \begin{cases} \left(\frac{99}{100}\right)^n \cos\left(\frac{\pi}{6} n\right) & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases}$ を z 変換せよ．収束領域も書け．

$$X(z) = \frac{1 - \frac{99\sqrt{3}}{200} z^{-1}}{1 - \frac{99\sqrt{3}}{100} z^{-1} + (\frac{99}{100})^2 z^{-2}} \qquad \text{収束領域:}\ \frac{99}{100} < |z|$$

問題 7　ディジタルフィルタ（配点：27）

下図であらわされるディジタルフィルタ F がある．フィルタ係数は，$b = 1$, $p = -1.4$, $q = -0.45$, $r = -1$, $s = 1$ とする．また，F はサンプリング周波数 48 kHz で動作するものとする．以下の問に答えよ．



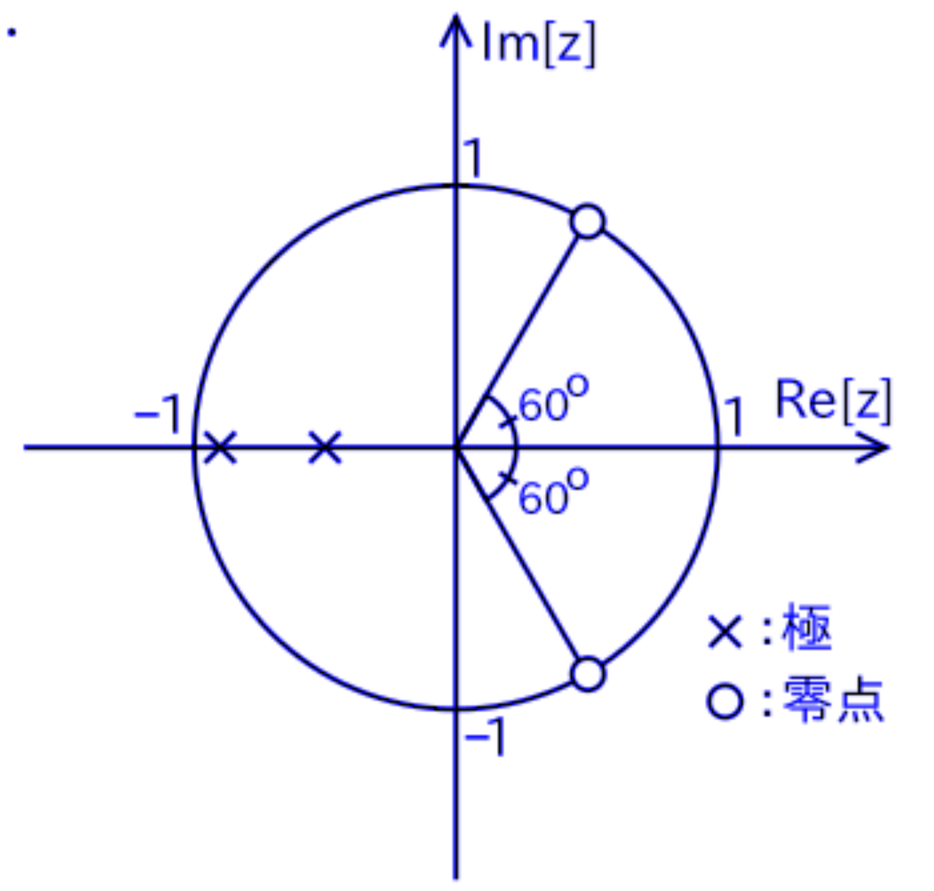
(1) F の伝達関数 $H(z)$ を求めよ．

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1} + -z^{-2}}{1 + 1.4z^{-1} + 0.45z^{-2}}$$

(2) F の極と零点の位置を複素平面上にプロットせよ．

$$H(z) = \frac{(1 - \frac{1+\sqrt{3}j}{2} z^{-1})(1 - \frac{1-\sqrt{3}j}{2} z^{-1})}{(1 + 0.9z^{-1})(1 + 0.5z^{-1})}$$

と因数分解できるので，極と零点は以下のようにプロットできる．



(3) F のおおよその周波数特性（振幅特性）を描け（横軸は周波数 [Hz] にとれ）．